



Banco Central de Nicaragua

Caracterización de Serie de Tiempo del IMAE*

Oknan Bello Dinartes[†]

Resumen

A pesar del uso frecuente del índice mensual de la actividad económica (IMAE) como indicador líder y de coyuntura, son muy pocas las referencias a las propiedades de series de tiempo de esta serie que sustenten estadísticamente los análisis extraídos del IMAE. En este trabajo se examinan diversas hipótesis acerca del comportamiento de serie de tiempo del IMAE en el periodo 1994:01-2010:02, utilizando una amplia batería de pruebas estadísticas. Los resultados muestran que el IMAE se puede caracterizar como un proceso en tendencia determinístico con rupturas de nivel y tendencia y con estacionalidad estacionaria. Así, las perturbaciones que afectan al IMAE serían en gran parte transitorias, con algunos cambios discretos con efectos permanentes.

Además, los resultados sugieren que la tasa de crecimiento del IMAE ha cambiado en el tiempo pasando de 6.4 por ciento anual antes de 2001, a 4.9 por ciento a partir de ese año. Esto implicaría una caída en la tasa de crecimiento del PIB tendencial de 5.1 por ciento a 4 por ciento para el mismo período. Futuras investigaciones acerca de la tendencia de largo plazo del PIB deberían enfocarse en explicar estos quiebres.

* Las opiniones expresadas en este trabajo son exclusivas del autor y no comprometen al Banco Central de Nicaragua ni a su consejo directivo.

[†] E-mail: obello@bcn.gob.ni. Tel: (505) 2557171 Ext-252.

I. Introducción

El índice mensual de la actividad económica (IMAE), se ha concebido como un indicador oportuno que permite seguir el pulso de la actividad económica del año en curso, mientras se concreta la cifra de la producción anual (PIB). En sus diferentes usos, éste es utilizado para medir el crecimiento económico en el muy corto plazo; se estudia para preparar diagnósticos y pronósticos de la actividad económica; y se usa como insumo en la elaboración de informes de coyuntura, entre otros¹.

Sin embargo, a pesar de su uso frecuente como indicador líder y de coyuntura, es poco habitual encontrar en los análisis del IMAE, referencias a sus propiedades de series de tiempo que ayuden a soportar los análisis extraídos de esta serie. Así por ejemplo, para analizar el componente tendencia ciclo del IMAE, en general se procede a desestacionalizarlo mediante algún método conocido como X-12 ARIMA, sin tomar en cuenta que la aplicación correcta de este método requiere que éste sea estacionario; o sucede habitualmente, que al realizar inferencias sobre la tendencia de largo plazo de del IMAE no se tomen en cuenta rupturas en los niveles y la tendencia de la serie, conllevando a una sobre o subestimación del crecimiento de largo plazo. Así, la omisión de las características de series de tiempo en la modelación del IMAE, puede conllevar a cometer errores de especificación y a realizar inferencias incorrectas.

En este trabajo se realiza un estudio de las propiedades de series de tiempo del IMAE en el periodo de tiempo comprendido entre enero de 1994 y febrero de 2010. Específicamente, se estudia la tendencia del IMAE, lo cual permitirá comprender la naturaleza –transitoria o permanente- de los shock que afectan a éste y su crecimiento tendencial; y sus movimientos intraanuales (estacionalidad), lo cual ayudará en la modelación de esta serie y su mejor uso como indicador líder. Para esto último, también se estudia la relación del IMAE con el PIB y se propone un modelo de proyección de la actividad trimestral mediante el IMAE.

El trabajo está organizado de la siguiente manera: después de esta breve introducción, la sección II responde a la pregunta de cuán persistentes son los shocks que afectan al IMAE; en la sección III se estudia si la estacionalidad del IMAE es estacionaria o posee una raíz unitaria; a la luz de los resultados de sección tres, que avalan la hipótesis de estacionariedad tanto en el componente anual como estacional del IMAE, en la sección IV se modela la tendencia de largo plazo del IMAE y su dinámica de ajuste de corto plazo; la sección V propone un modelo de proyección del PIB trimestral mediante el IMAE; por último, en la sección VI se muestran las conclusiones.

¹ Ver metodología del IMAE en <http://www.bcn.gob.ni/publicaciones/eventuales>

II. Raíz Unitaria en el IMAE

Hasta comienzos de la década de los ochenta se consideraba que las series de tiempo macroeconómicas podían caracterizarse como estacionarias alrededor de una tendencia determinística, ya fuera ésta lineal o no lineal; más específicamente, se suponía que cada serie se podía descomponer en tres componentes: un componente de tendencia (determinístico), uno de ciclo y uno de innovación. Así, en el caso del nivel del producto, la teoría postulaba que sus fluctuaciones eran causadas principalmente por shocks de demanda agregada, los cuales sólo tenían efectos de corto plazo, y que el producto tendía a revertir su senda a una tasa de crecimiento natural de largo plazo.

Sin embargo, este consenso fue fuertemente cuestionado por Nelson y Plosser (1982), quienes encontraron evidencia de raíz unitaria para 13 de 14 series económicas y financieras agregadas de los EE.UU., incluyendo el producto. La presencia de raíz unitaria en el producto significa que las perturbaciones que afectan a éste tienen efectos permanentes en su nivel, de tal manera que el producto no se mueve alrededor de una tendencia estable, sino más bien que ésta es estocástica siendo difícil proyectar los niveles futuros de la serie de producto en el largo plazo. Adicionalmente, la presencia de raíces unitarias en una serie económica tiene importantes implicaciones estadísticas como la posibilidad de obtener relaciones espúreas en una regresión y la invalidez de aplicar test estadísticos tradicionales para realizar inferencias, entre otras.

Dada la importancia de identificar la presencia de raíces unitarias en las series económicas, en las últimas tres décadas se han desarrollado diversas pruebas para examinar esta hipótesis. Entre las primeras pruebas se encuentran las de Dickey y Fuller (1979, 1981) y Phillips y Perron (1988), sin embargo, se ha demostrado que estos contrastes sufren de considerables distorsiones de tamaño debido a la presencia de términos de medias móviles en el modelo a estimar (Schwert, 1989), y además presentan bajo poder en la presencia de quiebres estructurales en la serie. Cabe mencionar que la hipótesis nula en ambos test es que existe una raíz unitaria en la serie.

Con respecto al último punto, Perron (1989) demostró que muchas veces se acepta la existencia de raíz unitaria en una serie cuando en realidad se está en presencia de una serie con tendencia determinística truncada por cambios permanentes en su nivel y/o en su tendencia. En particular, Perron (1989) demostró que si los años de la Gran Depresión de 1929 y la primera crisis petrolera de 1973 son tratadas como puntos de quiebre estructural en la economía de EE.UU., los resultados obtenidos por Nelson y Plosser (1982) podrían ser revertidos para la mayoría de las series macroeconómicas analizadas por estos autores. Así, la existencia de quiebre estructural en una serie que

de otro modo es estacionaria, ocasionaría que los test tradicionales como el de Dickey-Fuller Aumentado (ADF) conduzcan a no rechazar la hipótesis de raíz unitaria².

El test de Perron (1989) se construye adicionando al test tradicional ADF, variables dummy representando diferentes interceptos y tendencias de la serie, las cuales capturan los diferentes puntos de quiebre que se asume son conocidos de manera a priori por el investigador. Este enfoque fue cuestionado por Banerjee et al (1992), Christiano (1992) y Zivot y Andrews (1992), quienes arguyeron que seleccionar el quiebre estructural a priori basados sobre un análisis ex post de los datos, podría llevar a un sobre rechazo de la hipótesis nula de raíz unitaria, es decir, se tendería a cometer errores de Tipo I bastante importantes. En respuesta a esta crítica, varios estudios han desarrollado diversas metodologías para endogenizar la fecha de quiebre en el análisis de raíces unitarias (Zivot y Andrews 1992; Lumsdaine y Papell 1997; Perron 1997; y Lee y Strazicich 2003, entre otros).

Tomando en cuenta lo anterior, en esta parte se trata de identificar y caracterizar las fluctuaciones observadas en el IMAE, mediante la aplicación de pruebas de raíz unitaria tradicionales (ADF y PP) y pruebas que toman en cuenta la presencia de quiebre estructural endógeno (Zivot y Andrews, 1992 y Lee y Strazicich, 2003). Si se rechaza la hipótesis de raíz unitaria en el IMAE se estaría asumiendo que esta variable puede ser descompuesta en una tendencia de largo plazo alrededor de la cual se producen fluctuaciones temporales, de lo contrario los shocks que afectan al IMAE tendrán efectos permanentes y esta serie no tendrá una tendencia estable.

Dado que las pruebas tradicionales son bastante conocidas, se describirá el procedimiento de las pruebas con quiebre estructural.

Prueba de Zivot y Andrews

Zivot y Andrews (1992) parten del esquema establecido en Perron (1989), el cual considera tres modelos de cambio estructural: un modelo A en el que se da un único cambio en el nivel de la serie, un modelo B que permite un cambio en la pendiente de la tendencia y un modelo C que permite cambios tanto en nivel como en tendencia. Estos modelos se pueden expresar mediante las siguientes ecuaciones de regresión

$$(1) \Delta y_t = \alpha_0 + \rho y_{t-1} + \beta T + \gamma DU_t + \sum_{i=1}^k d_i \Delta y_{t-i} + \varepsilon_t$$

² Un proceso de raíz unitaria puede ser considerado un caso límite de un proceso estacionario con múltiples quiebres (uno en cada período). De esta manera, se reconocería que una serie estacionaria con quiebres estructurales se enfrenta tanto a shocks transitorios como permanentes.

$$(2) \Delta y_t = \alpha_0 + \rho y_{t-1} + \beta T + \theta DT_t + \sum_{i=1}^k d_i \Delta y_{t-i} + \varepsilon_t$$

$$(3) \Delta y_t = \alpha_0 + \rho y_{t-1} + \beta T + \gamma DU_t + \theta DT_t + \sum_{i=1}^k d_i \Delta y_{t-i} + \varepsilon_t$$

donde y_t es el logaritmo natural del IMAE, Δ es un operador de primeras diferencias, T es un componente de tendencia, k es el número de rezagos necesarios para asegurar que el término de error ε_t se ruido blanco y DU_t , DT_t son variables dummies para capturar cambios en los niveles y en la tendencia de la serie en cada fecha posible de quiebre T_0 , respectivamente. Estas variables se definen como:

$$DU_t = \begin{cases} 0 & t < T_0 \\ 1 & t \geq T_0 \end{cases} \quad DT_t = \begin{cases} 0 & t < T_0 \\ t - T_0 & t \geq T_0 \end{cases}$$

La ecuación (1) permite un cambio de nivel en la serie, mientras que la ecuación (2) contabiliza por un cambio en la pendiente de la función de tendencia, siendo la ecuación (3) una combinación de ambos quiebres.

La hipótesis nula en los tres modelos es $\rho = 0$, lo cual implica que la serie contiene una raíz unitaria con un drift que excluye cualquier quiebre estructural, mientras la hipótesis alternativa $\rho < 0$ implica que la serie es un proceso estacionario en tendencia con un quiebre ocurriendo en un punto desconocido en el tiempo. Zivot y Andrews (1992) consideran cada punto como una fecha de quiebre potencial y corren una regresión para cada posible fecha de quiebre secuencialmente. De entre todos los puntos de quiebre, el procedimiento selecciona como la fecha de quiebre aquella que minimiza el valor del estadístico t menos favorable a la nula. Además, Zivot y Andrews hacen notar que la presencia de las observaciones finales en las estimaciones causa que la distribución asintótica de los estadísticos diverja hacia infinito, por lo que se aconseja excluir las observaciones extremas de la muestra. Se trunca la muestra excluyendo el 10% superior e inferior de la misma (0.10T, 0.9T).

Prueba de Lee y Strazicich

Lee y Strazicich (2003) hacen la observación de que si sólo estamos considerando la presencia de quiebres estructurales bajo la hipótesis alternativa, tal como se hace en la prueba de Zivot y Andrews³, cuando se rechaza la hipótesis nula se podría concluir

³ Es importante hacer notar que las ecuaciones (1) al (3) son modelos anidados para examinar la hipótesis de raíz unitaria. Así por ejemplo, la ecuación (1) surge de contrastar la hipótesis nula $H_0 : y_t = \alpha_0 + y_{t-1} + \gamma_1 DP_t + \varepsilon_t$ contra la alternativa $H_1 : y_t = \alpha_0 + \beta T + \gamma_2 DU_t + \varepsilon_t$, donde $DP_t = 1$ si $t > T_0 + 1$ y cero otras veces. Por tanto, en el modelo de Zivot y Andrews el quiebre

erróneamente que la serie es estacionaria con quiebres, cuando en realidad podría ser integrada de orden uno con quiebres; es decir, la hipótesis alternativa no solamente implica estacionariedad, sino que también deja abierta la posibilidad de que la serie pueda ser integrada de orden uno con quiebres.

Estos autores muestran evidencia de que no considerar quiebres bajo la hipótesis nula en las pruebas con quiebres endógenos, puede ocasionar que los estadísticos diverjan y conduzcan a distorsiones de tamaño que resulten en rechazos espurios de la hipótesis nula cuando el verdadero proceso generador de datos es integrado de orden uno y tiene quiebres estructurales. Así, con el propósito de corregir estas distorsiones de tamaño, desarrollan un contraste de raíz unitaria basado en los Multiplicadores de Lagrange (LM), que considera la presencia de quiebres estructurales tanto bajo la hipótesis nula como bajo la alternativa, de modo que H_1 implica indudablemente tendencia estacionaria.

Igual que Zivot y Andrews, la prueba de Lee y Strazicich parte del esquema establecido en Perron (1989), considerando los tres modelos de cambio estructural que explicamos antes. Ellos adaptan los modelos A y C para realizar las pruebas de raíz unitaria y consideran dos cambios estructurales⁴. Para realizar la prueba se toma como proceso generador de datos a $y_t = \delta Z_t + e_t$ con $e_t = \rho e_{t-1} + \varepsilon_t$; donde y_t es el logaritmo natural del IMAE, Z_t es un vector de variables exógenas y $\varepsilon_t \sim iidN(0, \sigma^2)$. Se modela la existencia de los dos puntos de quiebre estructural de la siguiente manera: en el modelo A que permite dos cambios en niveles $Z_t = [1, T, DU_{1t}, DU_{2t}]'$, donde DU_{jt} es una variable dummy introducida para modelizar el cambio de nivel que toma el valor 1 para $t \geq T_{0j} + 1$ $j = 1, 2$ y 0 en otro caso, y T_{0j} hace referencia al periodo temporal en el que tiene lugar el punto de quiebre. Para el modelo C, que permite dos cambios en niveles y en tendencia, $Z_t = [1, T, DU_{1t}, DU_{2t}, DT_{1t}, DT_{2t}]'$ donde DT_{jt} es otra variable dummy que adopta el valor $t - T_{0j}$ cuando $t \geq T_{0j} + 1$ $j = 1, 2$ y 0 en cualquier otro caso.

Como se mencionó anteriormente, los puntos de quiebre son considerados bajo la hipótesis nula de raíz unitaria ($\rho = 1$) y bajo la hipótesis alternativa ($\rho < 1$) de manera que para el modelo A el contraste de hipótesis es

estructural sólo está incluido en la hipótesis alternativa. Igual razonamiento se puede hacer para los demás modelos.

⁴ Omíten el modelo B que permite cambios en la pendiente de la tendencia, bajo el argumento de que la mayoría de las series económicas se describen adecuadamente con los modelos A y C.

$$H_0 : y_t = \alpha_0 + y_{t-1} + \gamma_1 DP_{1t} + \gamma_2 DP_{2t} + \nu_{1t}$$

$$H_1 : y_t = \alpha_0 + \beta T + \gamma_1 DU_{1t} + \gamma_2 DU_{2t} + \nu_{2t}$$

En ambos casos ν_{1t}, ν_{2t} representan términos de error estacionarios y $DP_{jt} = 1$ para $t > T_{0j} + 1$ y cero otras veces⁵. Se incluyen las variables DP_{jt} para asegurar que la distribución asintótica del estadístico de prueba no dependa de la magnitud de los cambios estructurales dados por γ_j (Perron 1989).

En el caso del modelo C el contraste de hipótesis es

$$H_0 : y_t = \alpha_0 + y_{t-1} + \gamma_1 DP_{1t} + \gamma_2 DP_{2t} + \gamma_3 DU_{1t} + \gamma_4 DU_{2t} + \nu_{1t}$$

$$H_1 : y_t = \alpha_0 + \beta T + \gamma_1 DU_{1t} + \gamma_2 DU_{2t} + \gamma_3 DT_{1t} + \gamma_4 DT_{2t} + \nu_{2t}$$

Partiendo de estos modelos, la prueba de raíz unitaria consiste en estimar la siguiente regresión:

$$(4) \Delta y_t = \delta' \Delta Z_t + \phi \tilde{S}_{t-1} + u_t$$

donde $\tilde{S}_t = y_t - \tilde{\psi}_x - Z_t \tilde{\delta}$, $t = 1, 2, \dots, T$, $\tilde{\delta}$ son coeficientes en la regresión de Δy_t sobre ΔZ_t , $\tilde{\psi}_x$ es dado por $y_1 - Z_1 \tilde{\delta}$, y y_1, Z_1 corresponden a las primeras observaciones de y_t, Z_t .

La hipótesis nula de raíz unitaria correspondería entonces a $\phi_t = 0$. Para lograr que u_t sea ruido blanco se incluyen términos $\Delta \tilde{S}_{t-s}$, $s = 1, 2, \dots, k$ en la regresión, donde la significancia de los retardos es analizada utilizando los valores de la distribución normal asintótica para un nivel de significación del 10% (1.645).

Tras determinar el k para cada combinación de dos puntos de ruptura, la prueba establece los puntos de cambio estructural donde el contraste LM con dos rupturas

⁵ Bajo la hipótesis de raíz unitaria se tiene $y_t = \alpha_0 + \beta T + \gamma_1 DU_{1t} + \gamma_2 DU_{2t} + e_{t-1} + \varepsilon_t$, de donde sustituyendo para e_{t-1} , resulta

$$y_t = \alpha_0 + \beta T + \gamma_1 DU_{1t} + \gamma_2 DU_{2t} + (y_{t-1} - \alpha_0 - \beta(T-1) - \gamma_1 DU_{1t-1} + \gamma_2 DU_{2t-1}) + \varepsilon_t$$

$$y_t = (\alpha_0 - \alpha_0) + \beta(T-T) + \beta + \gamma_1(DU_{1t} - DU_{1t-1}) + \gamma_2(DU_{2t} - DU_{2t-1}) + y_{t-1} + \varepsilon_t$$

que es la expresión de la hipótesis nula.

toma el valor mínimo. Para ello se examinan todas las posibles combinaciones de puntos de ruptura en el intervalo $[0.1T, 0.9T]$, siendo T el tamaño muestral.

Las estimaciones de los diversos test de raíz unitaria se presentan en la tabla 1. Como se observa, en la mayoría de las pruebas a excepción del test ADF, se rechaza la hipótesis de raíz unitaria en el IMAE; además, de los estimaciones de las pruebas con cambio estructural, se presenta evidencia de quiebres en éste.

Tabla 1
Pruebas de Raíz Unitaria del IMAE

Tests Estadísticos	Estadístico t	Valor Crítico al 5%
Test ADF		
Constante	-2.43	-2.88
Tendencia e Intercepto	-1.06	-3.43
Test de Phillips-Perron		
Constante	-3.05*	-2.88
Tendencia e Intercepto	-7.86*	-3.43
Test de Zivot y Andrews		
Constante	-9.84*	-4.8
Tendencia	-10.32*	-5.08
Tendencia e Intercepto	-10.64*	-4.42
Test de Lee y Strazicich		
Constante	-3.28	-3.84
Tendencia e Intercepto**	-7.62*	-5.65

Nota: *Rechazo de la hipótesis nula al 5% de significancia. ** Valor crítico para $\lambda_1=0.4$ y $\lambda_2=0.8$.

Estos resultados constituyen evidencia de que el IMAE es estacionario en tendencia, de tal manera que las perturbaciones aleatorias observadas en éste tendrán efectos transitorios o de corto plazo, sin embargo, en ocasiones se producen cambios más duraderos o quiebres estructurales que pueden afectar tanto el nivel como la tasa de crecimiento de largo plazo del IMAE. En la sección IV se estudiará la magnitud y la ubicación en el tiempo de estos quiebres.

III. Estacionalidad del IMAE

Es una práctica común en el análisis macroeconómico con series en frecuencia menor a la anual, modelar las series suponiendo un proceso estacional *a priori* –en general estacionario- o proceder a realizar los análisis con series desestacionalizadas, bajo el argumento de que la estacionalidad es un elemento anticipable o que su presencia

hace difícil identificar el componente cíclico de la serie⁶. Las series desestacionalizadas se obtienen comúnmente por métodos de filtrado tales como X-12 ARIMA o regresiones usando variables dummies, los cuales están basados en los supuestos de que el componente estacional es estacionario –en el primer caso- o determinístico- en el segundo caso-, lo cual no es necesariamente cierto.

Dado que los procesos estacionales poseen propiedades estadísticas distintas, imponer un tipo de estacionalidad cuando en realidad es otra puede conducir a serias distorsiones y pérdida de información de las series originales, lo cual podría conllevar a una mala especificación en los modelos a estimar, o a conclusiones equivocada cuando las series desestacionalizadas se usan para hacer pruebas de hipótesis (Soto, 2000)⁷. Además, como mencionan Beaulieu y Miron (1995), dado que el estudio de ciclos requiere imponer condiciones de identificación sobre los shocks- ya sean estos transitorios o permanentes- que afectan a la variable de interés, resulta más creíble imponer dichas restricciones sobre los componentes estacionales que sobre los componentes fundamentales.

Conscientes de la importancia de identificar el proceso estacional que subyace al IMAE, en esta parte se busca mostrar si el IMAE tiene una raíz unitaria en el componente estacional o si por el contrario la estacionalidad es estacionaria- determinística o estocástica. Los hallazgos de esta sección, ya importantes por sí mismos, servirán de insumos en la construcción del modelo de corto plazo del IMAE presentado en la próxima parte.

Procesos Estacionales

Una serie se describe como estacional cuando su espectro presenta picos distintivos en frecuencias estacionales $w_s = \frac{2\pi j}{s}$ con $j = 1, 2, \dots, \frac{s}{2}$, siendo s el número de períodos en un año y asumiendo que s es un número par y que tal espectro existe.

⁶ Con respecto a este punto no hay consenso en la literatura. Mientras autores como Hansen y Sargent (1993) defienden la idea que agentes racionales toman decisiones en base a datos sin desestacionalizar, por lo que eliminar la estacionalidad implicaría eliminar información útil para estimar los parámetros de un modelo; Sims (1993), por otra parte, propone usar datos desestacionalizados por cuanto en el proceso de ajustar un modelo a los datos originales, se corre el riesgo de darle demasiada importancia a capturar efectos estacionales.

⁷ Si la estacionalidad es no estacionaria, surgen los mismos problemas que en el caso de raíz unitaria tradicional: regresiones espúreas, parametrizaciones inestables, tests de hipótesis estándares no validados, etc.

Para modelar la estacionalidad se pueden suponer tres tipos de procesos: procesos estacionales determinísticos, procesos estocásticos estacionarios y procesos estocásticos integrados o no estacionarios.

Proceso estacional determinístico: la estacionalidad es generada por

$y_t = \alpha + \sum_{s=1}^{11} \beta_s D_s$ donde D_s son variables dummies estacionales que toman el valor uno en s y cero en el resto de meses.

Proceso estacional estocástico estacionario: la estacionalidad es generada por un proceso autorregresivo potencialmente infinito $\varphi(L)y_t = \varepsilon_t, \varepsilon_t \sim i.i.d$ donde $\varphi(L)$ es un polinomio en el operador de rezagos L tal que $L^s y_t = y_{t-s}$, con todas sus raíces fuera del círculo unitario.

Proceso estacional integrado: presenta una raíz unitaria estacional en su representación autorregresiva $y_t \approx I_\theta(d)$ lo que indica que la serie es integrada de orden d en la frecuencia θ . Al igual que en el caso de presencia de raíz unitaria tradicional (anual), los procesos estacionalmente integrados tienen memoria larga, lo que significa que los shocks tienen impactos permanentes sobre los patrones estacionales de la serie, los cuales cambian en el tiempo.

Para examinar si el IMAE posee una raíz unitaria en el componente estacional, en el presente trabajo se utilizará la prueba desarrollada por Beaulieu y Miron (1993).

Prueba de Raíz Unitaria Estacional de Beaulieu y Miron (1993)

La prueba de Beaulieu y Miron (1993) es una generalización de la prueba desarrollada por Hylleberg, Engel, Granger y Yoo (1990) (HEGY) para probar la hipótesis de raíz unitaria estacional en una serie que también puede seguir un proceso determinístico o estocástico estacionario.

El test HEGY parte de la base que el crecimiento anual de cualquier serie de tiempo en frecuencia mensual se puede descomponer de la siguiente forma:

$$(5) \quad (1-L^{12})y_t = (1-L)(1+L)(1+L^2)(1+L+L^2)(1-L+L^2)(1+\sqrt{3}L+L^2)(1-\sqrt{3}L+L^2)y_t$$

Con raíces unitarias estacionales dadas por $-1; \pm i; -\frac{1}{2}(1 \pm \sqrt{3}i); \frac{1}{2}(1 \pm \sqrt{3}i); -\frac{1}{2}(\sqrt{3} \pm i); \frac{1}{2}(\sqrt{3} \pm i)$ correspondientes a los ciclos anuales 6, 3, 9, 8, 4, 2, 10, 7, 5, 1 y 11, respectivamente. La frecuencia de estas raíces son $\pi, \pm \frac{\pi}{2}, \mp \frac{2\pi}{3}, \pm \frac{\pi}{3}, \mp \frac{5\pi}{6}$ y $\frac{\pi}{6}$, respectivamente. Donde y_t es el logaritmo natural del IMAE e $i = \sqrt{-1}$.

Partiendo de la ecuación (5) y sin suponer *a priori* que la serie posee una raíz unitaria tradicional y estacional, Beaulieu y Miron examinan la hipótesis de raíz unitaria estacional mediante la estimación por MCO de la siguiente ecuación:

$$(6) \quad y_{13t} = \alpha + \sum_{k=1}^{12} \pi_k y_{k,t-1} + \beta t + \sum_{s=2}^{12} m_s D_s + \sum_{i=1}^p b_i y_{13t-i} + \varepsilon_t$$

donde el resto de variables se define como antes y

$$\begin{aligned} y_{1t} &= (1 + L + L^2 + L^3 + L^4 + L^5 + L^6 + L^7 + L^8 + L^9 + L^{10} + L^{11}) y_t \\ y_{2t} &= -(1 - L + L^2 - L^3 + L^4 - L^5 + L^6 - L^7 + L^8 - L^9 + L^{10} - L^{11}) y_t \\ y_{3t} &= -(L - L^3 + L^5 - L^7 + L^9 - L^{11}) y_t \\ y_{4t} &= -(1 - L^2 + L^4 - L^6 + L^8 - L^{10}) y_t \\ y_{5t} &= -\frac{1}{2}(1 + L - 2L^2 + L^3 + L^4 - 2L^5 + L^6 + L^7 - 2L^8 + L^9 + L^{10} - 2L^{11}) y_t \\ y_{6t} &= \frac{\sqrt{3}}{2}(1 - L + L^3 - L^4 + L^6 - L^7 + L^9 - L^{10}) y_t \\ y_{7t} &= \frac{1}{2}(1 - L - 2L^2 - L^3 + L^4 + 2L^5 + L^6 - L^7 - 2L^8 - L^9 + L^{10} + 2L^{11}) y_t \\ y_{8t} &= -\frac{\sqrt{3}}{2}(1 + L - L^3 - L^4 + L^6 + L^7 - L^9 - L^{10}) y_t \\ y_{9t} &= -\frac{1}{2}(\sqrt{3} - L + L^3 - \sqrt{3}L^4 + 2L^5 - \sqrt{3}L^6 + L^7 - L^9 + \sqrt{3}L^{10} - 2L^{11}) y_t \\ y_{10t} &= \frac{1}{2}(1 - \sqrt{3}L + 2L^2 - \sqrt{3}L^3 + L^4 - L^6 + \sqrt{3}L^7 + L^7 - 2L^8 + \sqrt{3}L^9 - L^{10}) y_t \\ y_{11t} &= \frac{1}{2}(\sqrt{3} + L - L^3 - \sqrt{3}L^4 - 2L^5 - \sqrt{3}L^6 - L^7 + L^9 + \sqrt{3}L^{10} + 2L^{11}) y_t \end{aligned}$$

$$y_{12t} = -\frac{1}{2}(1 + \sqrt{3}L + 2L^2 + \sqrt{3}L^3 + L^4 - L^6 - \sqrt{3}L^7 - 2L^8 - \sqrt{3}L^9 - L^{10})y_t$$

$$y_{13t} = (1 - L^{12})y_t$$

Las raíces estacionales de y_t serán unitarias si los π_k asociados a las $y_{k,t-1}$ son nulos. Es decir, se debe contrastar la significancia de π_k con el estadístico t correspondiente. Para la frecuencia cero (anual) y la frecuencia $\frac{\pi}{2}$, se examina el test estadístico relevante para la hipótesis $\pi_k = 0$ contra la alternativa $\pi_k < 0$. También se puede contrastar la significancia conjunta de cada par de raíces complejas conjugadas $\pi_k = \pi_{k+1} = 0$ $k = \{3,5,7,9,11\}$ mediante el estadístico F.

Tabla 2
Raíz unitaria Estacional

Frecuencia	0	π	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{6}$	$\frac{\pi}{6}$						
Variable	π_1	π_2	π_3	π_4	π_5	π_6	π_7	π_8	π_9	π_{10}	π_{11}	π_{12}	
Estadístico t	-2.20	-3.49*	-4.28*	-2.10	-5.28*	-0.22	-4.78*	-1.48	-5.49*	-0.96	-4.50*	-1.40	
Frecuencia	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{6}$	$\frac{\pi}{6}$	Rezagos	Dummies Estacionales	Período					
Variable	$F_{3,4}$	$F_{5,6}$	$F_{7,8}$	$F_{9,10}$	$F_{11,12}$	0	11	95:01-10:02					
Estadístico F	11.72*	13.94*	12.55*	16.06*	12.79*								
Nota: *Rechazo de la hipótesis nula al 5% de significancia.													

Los resultados de la prueba se presentan en la tabla 2. Como se observa, se rechaza la hipótesis nula de raíz unitaria en todas la frecuencias estacionales (incluyendo la frecuencia π) con un nivel de significancia del 5% usando el estadístico t , y se rechaza las misma hipótesis en las frecuencias $\frac{\pi}{2}$, $\frac{2\pi}{3}$, $\frac{\pi}{3}$, $\frac{5\pi}{6}$ y $\frac{\pi}{6}$ con el estadístico F. La hipótesis de raíz unitaria en la frecuencia cero no es rechazada, lo cual contradice la evidencia de la sección anterior, sin embargo, dado que este test puede estar influenciado por cambio estructural en la serie, se mantienen los resultados anteriores que indican que la serie IMAE es estacionaria en la frecuencia anual con quiebres estructurales.

De esta sección se puede concluir entonces que los patrones estacionales presente en la serie IMAE tienen una media y varianza estable en el tiempo y por lo tanto se pueden modelar como un proceso estacionario. Esto eventualmente justificaría la inclusión de dummies estacionales en la representación dinámica del IMAE.

IV. Representación Estadística de Largo y Corto Plazo del IMAE

En la sección II y III se presentó evidencia contraria a la hipótesis de raíz unitaria anual y estacional en la serie IMAE, lo cual indica que la tendencia del IMAE es determinística, sin embargo, como se pudo observar de los test de raíz unitaria con cambio estructural, hay indicios de que la tendencia en el IMAE presenta quiebres. En esta sección se investiga cuál es la mejor representación de largo plazo y la dinámica de corto plazo del IMAE.

Como primer paso, mediante la aplicación de la prueba de David y Papell (1998), se verificará si la representación estacionaria en tendencia del IMAE presenta quiebres en nivel y tendencia, posteriormente se estimará un modelo de largo plazo y de corrección de errores del IMAE.

Representación de Largo Plazo del IMAE

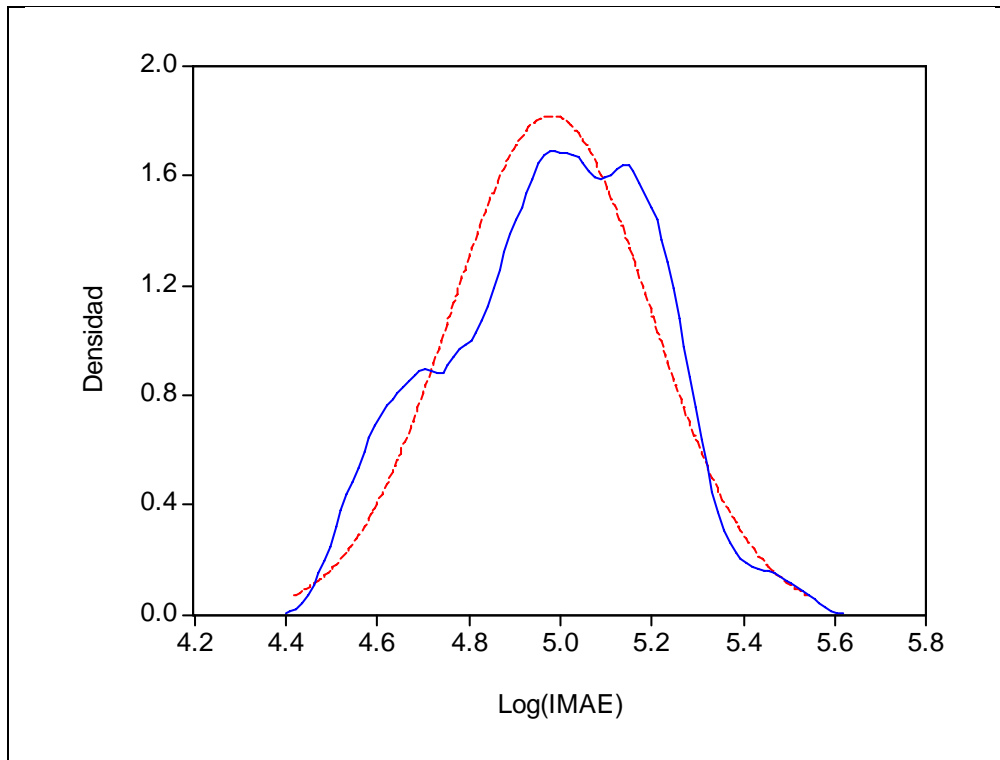
Una característica de las series estacionarias en tendencia sin quiebre, es que a pesar de presentar importantes desviaciones de normalidad son en general unimodales. Sin embargo, si la serie presenta más de una moda, es posible que ésta haya sufrido quiebres en el tiempo. Antes de proceder a desarrollar el test de ruptura en tendencia, en el gráfico 1 se presenta una estimación no paramétrica de la distribución incondicional del IMAE. Como se observa, la distribución incondicional del IMAE presenta más de una moda, lo cual es indicio de que el IMAE ha sufrido quiebres en el tiempo. Aunque esta estimación no es suficiente para verificar y medir la magnitud de las rupturas en tendencia, es un buen punto de partida para sustentar los resultados de la prueba de ruptura de tendencia.

Una prueba más formal para verificar discontinuidades en tendencia es el test de ruptura de tendencia desarrollado por David y Papell (1998), el cual es una extensión del trabajo de Vogelsang (1997). Este test parte del supuesto de que la serie bajo estudio sigue un proceso estacionario alrededor de una tendencia determinística con quiebres. La prueba consiste en estimar la siguiente ecuación de regresión:

$$(6) \quad y_t = \mu + \sum_{j=1}^m \gamma_j DU_{jt} + \beta T + \sum_{j=1}^m \theta_j DT_{jt} + \sum_{i=1}^k d_i y_{t-i} + \varepsilon_t$$

siendo m el número de puntos de ruptura, mientras el resto de variables se define igual que antes.

Gráfico 1
Distribución Incondicional del IMAE



Nota: La línea continua es la densidad estimada con el kernel de Epanechnikov y el ancho de banda propuesto por Silverman(1986). La línea punteada es la densidad de una normal con la misma media y desviación estándar de la serie.

La ecuación (6) se estima secuencialmente para cada período de ruptura T_{0j} (estableciendo que $0.1T < T_{0j} < 0.9T$ siendo T el número de observaciones). La hipótesis nula de ausencia de cambio estructural se rechaza cuando $\theta_j = \gamma_j = 0$. Para contrastar esta hipótesis, se estima el estadístico $SupF_t$ que es el máximo al contrastar la hipótesis nula para todos los posibles valores de T_{0j} , teniendo en cuenta que se establece que los puntos de ruptura tienen que estar separados por al menos 5 años.

Así, cuando el estadístico $SupF_t$ es mayor que los valores críticos dados por David y Papell, se dice que la serie presenta un quiebre en la fecha T_{0j} .

En la tabla 3 se presentan los resultados de la prueba de ruptura en tendencia. Tal como se observa, existen al menos 2 episodios donde se registraron rupturas en la tendencia del IMAE. El primer episodio corresponde al segundo trimestre de 2001, donde hubo un cambio tanto en la pendiente de la tendencia como en los niveles de la serie, mientras que el segundo episodio corresponde al segundo trimestre de 2008, donde solamente se presenta un cambio de nivel de la serie.

Tabla 3
Pruebas de Quiebre en Tendencia

Ruptura	Quiebre	Fecha	$SupF$
1	Nivel y tendencia	2001:06	52.69*
2	Nivel	2008:05	18.81*

Nota: *Rechazo de la hipótesis nula al 5% de significancia. Valores críticos 17.85 y 16.49 para 1 y 2 quiebres, respectivamente (David y Papell, 1998).

Una vez identificadas las fechas de ruptura, se estima la representación de largo plazo del logaritmo del IMAE:

$$(7) \quad y_t = \mu + \sum_{j=1}^2 \gamma_j DU_{jt} + \beta T + \theta_1 DT_{1t} + \varepsilon_t$$

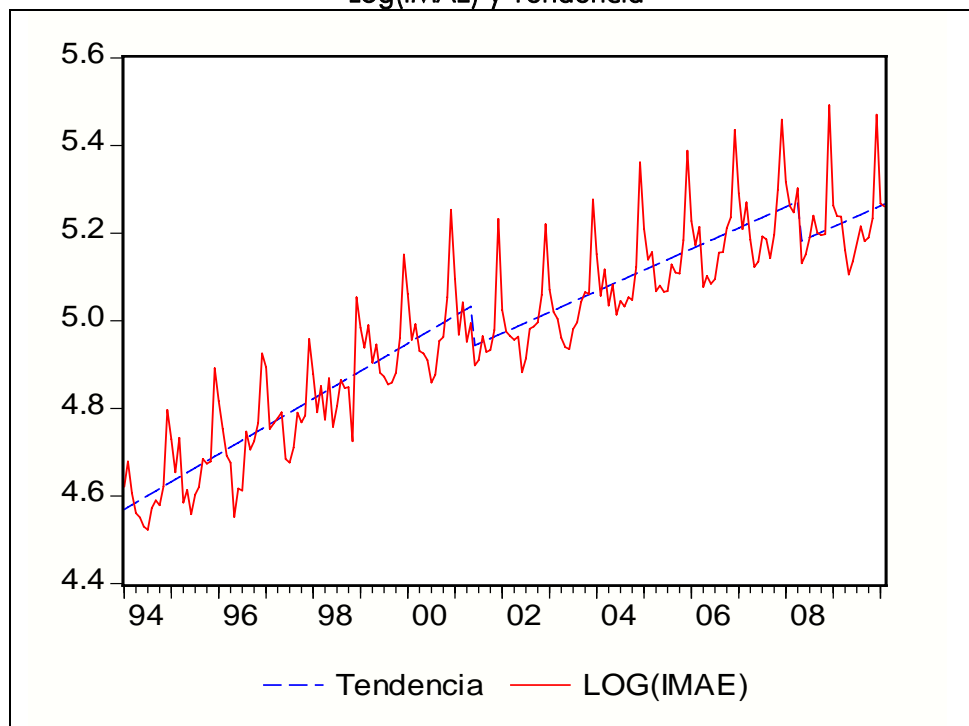
donde $DU_1 = 1$ para $t \in [2001:06, 2010:02]$ y cero en otro caso, $DU_2 = 1$ para $t \in [2008:05, 2010:02]$ y cero en otro caso, y $DT_1 = 1$ para $t \in [2001:06, 2010:02]$ y cero en otro caso. Los resultados de la regresión se presentan en la tabla 4 y en el gráfico 2 se presentan los valores ajustados.

Tabla 4
Modelo de Largo Plazo del IMAE

	Parámetro	Error Estándar
μ	4.5693	0.01785
γ_1	-0.0923	0.02584
γ_2	-0.0934	0.02871
β	0.00526	0.00035
θ_1	-0.0012	0.00052
$R^2 = 0.97$ $SER = 0.084$ $DW = 1.15$ $F = 274.62$		
Nota: Variable dependiente es el logaritmo natural del IMAE (1994:01-2010:02). R^2 = Bondad de Ajuste; SER=Error Estándar de la Regresión; DW= Estadístico de Durbin Watson; F= Prueba F.		

Como se puede notar, antes de 2001 el IMAE presentaba una tasa de crecimiento estable de aproximadamente 0.53 por ciento mensual (6.4% anual), sin embargo, esta tasa se redujo a 0.4 por ciento (4.9% anual), a partir de esa fecha. Con respecto a los quiebres en nivel, el IMAE presenta caídas permanentes cercanas al 9 por ciento en ambos períodos de ruptura. Aunque indagar sobre los factores que condujeron a estos quiebres está fuera de los objetivos de este trabajo, un factor que podría estar detrás de este comportamiento son las secuelas de la crisis financiera de 2001.

Gráfico 2
Log(IMAE) y Tendencia



Ecuación de Corto Plazo del IMAE

La dinámica de corto plazo del IMAE se presenta en la ecuación (8):

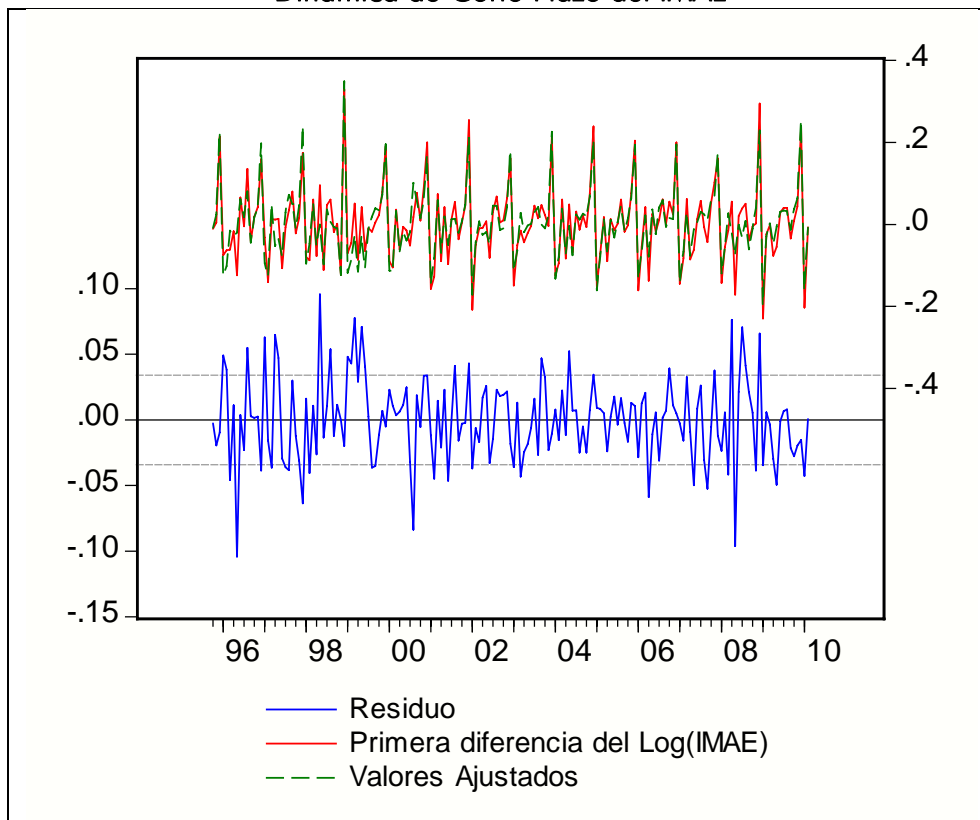
$$(8) \Delta y_t = \alpha_0 + \alpha_1 \Delta y_{t-1} + \alpha_2 \Delta y_{t-3} + \alpha_3 \Delta y_{t-20} + \sum_{s=1}^{11} m_s D_s + \rho \varepsilon_{t-1} + \eta_t$$

donde ε_t es el residuo de la ecuación de largo plazo (7) y η_t son innovaciones ruido blanco. Los resultados de la de la estimación se presentan en la tabla 5, mientras el gráfico 3 muestra los valores ajustados y los residuos.

Tabla 4
Modelo de Corto Plazo del IMAE

	Parámetro	Error Estándar
α_0	0.2323	0.0097
α_1	-0.1255	0.0702
α_2	-0.0994	0.0577
α_3	0.1503	0.0570
ρ	-0.6510	0.0906
$R^2 = 0.88$ $SER = 0.034$ $DW = 2.1$ $F = 71.67$		
$Q_{12} = 0.62$ $Q_{24} = 0.56$ $Q_{12}^2 = 0.26$ $Q_{24}^2 = 0.24$		
$ARCH(12) = 0.50$ $JB = 0.24$ $LM = 0.56$		
Nota: Variable dependiente es la primera diferencia del logaritmo natural del IMAE (1994:01-2010:02). R^2 = Bondad de Ajuste; SER=Error Estándar de la Regresión; DW= Estadístico de Durbin Watson; F= Prueba F; Q_{12} = <i>p-value</i> del test de ruido blanco de Box y Pierce; Q_{12}^2 = <i>p-value</i> del test de ruido blanco de los residuos al cuadrado de Box y Pierce; ARCH= <i>p-value</i> del test de autocorrelación en varianza de Engle; JB= <i>p-value</i> del test normalidad de Jarque Bera; y LM= <i>p-value</i> del test de innovaciones de Breusch y Godfrey.		

Gráfico 3
Dinámica de Corto Plazo del IMAE



De la tabla 5 se observa que el IMAE presenta persistencia en su tasa de crecimiento mensual, sin embargo, ésta es relativamente baja. Por otra parte, el ajuste del IMAE hacia su tendencia de largo plazo (dado el valor de ρ) es bastante rápido, aproximadamente un trimestre. Cabe mencionar que los parámetros son significativos, y que las pruebas tradicionales para verificar si los residuos son ruido blanco son satisfechas. Además, el ajuste de la ecuación de regresión es alto (88%), sobre todo si tomamos en cuenta que la variable dependiente son las diferencias mensuales del logaritmo natural del IMAE.

A modo de resumen, la tasa de crecimiento de largo plazo del IMAE ha sufrido quiebres en el tiempo, siendo la tasa de crecimiento anual de la serie 4.9 por ciento, aproximadamente. Con respecto a su dinámica de corto plazo, el IMAE presenta persistencia y las correcciones de sus desequilibrios con respecto a su tendencia de largo plazo son relativamente rápidas.

V. Proyección del PIB a través del IMAE

Además de su uso como un indicador oportuno que permite seguir el pulso a la actividad económica en el transcurso del año, mientras se concreta la cifra de la producción anual (PIB), el IMAE es utilizado para pronosticar el crecimiento de la actividad. En esta parte estimamos una relación de largo plazo del PIB trimestral con el IMAE que nos permita, mediante las ecuaciones estudiadas en la sección anterior, proyectar el PIB.

Esta relación de largo plazo se estima, previa trimestralización del IMAE, mediante la siguiente regresión:

$$(9) \text{ pib}_t = \alpha + \beta y_t + v_t$$

donde pib_t es el PIB trimestral y v_t es un término de error estacionario.

Tabla 5
Ecuación de Largo Plazo IMAE-PIB

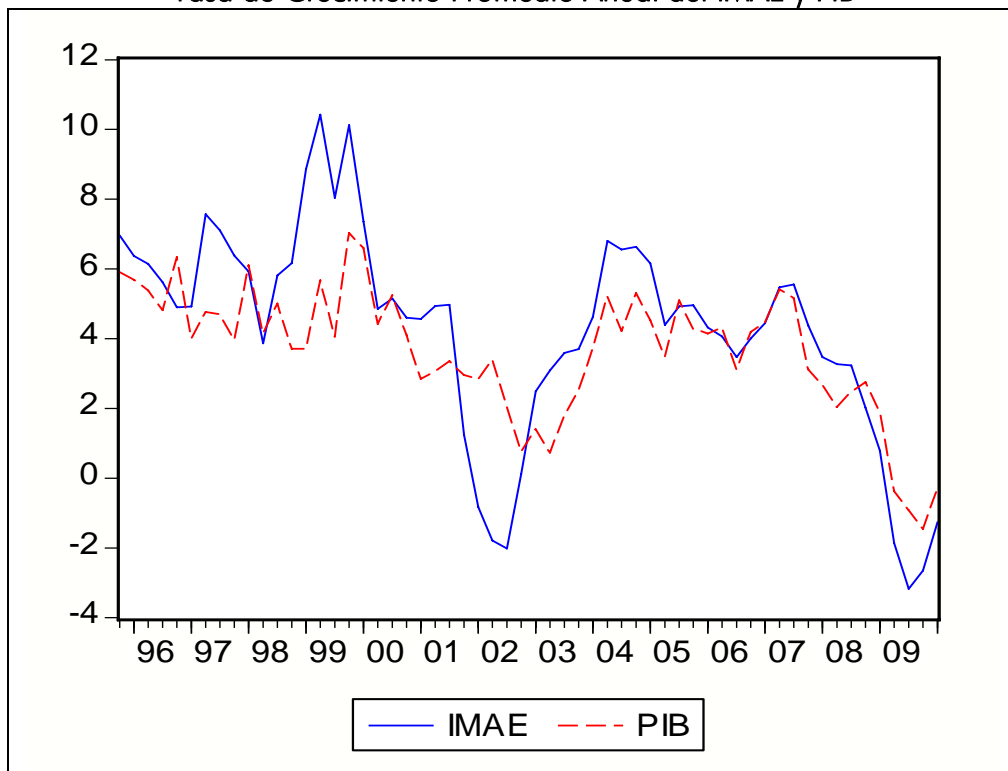
	Parámetro	Error Estándar
α	11.75	0.105
β	0.8037	0.021
$R^2 = 0.99$ $SER = 0.00058$ $DW = 2.02$ $F = 0.95$ $t_v = -6.6$		
Nota: Variable dependiente es el logaritmo natural del PIB trimestral (1994:01-2009:04). R^2 = Bondad de Ajuste; SER=Error Estándar de la Regresión; DW= Estadístico de Durbin Watson; F= Prueba F; t_v = estadístico t para examinar raíz unitaria en el residuo. Valor crítico proporcionado por McKinnon al 5%, -3.36.		

En la tabla (5) se muestran los resultados de la estimación, donde se puede observar que el PIB y el IMAE están cointegrados con una elasticidad de largo plazo de 0.8 aproximadamente, lo cual significa que el PIB es una contracción del IMAE. Así, cuando el IMAE crece a una tasa determinada el PIB crece a una tasa menor, y cuando el IMAE decrece el PIB sufre una contracción de menor magnitud. Suponiendo que esta elasticidad es estable en el tiempo, la tasa de crecimiento de largo plazo del PIB se situaría en torno a 4 por ciento, tasa superior al crecimiento promedio anual del PIB entre 1994 y 2009 el cual fue 3.7 por ciento, aproximadamente. En el gráfico 4, el cual relaciona la tasa de crecimiento promedio anual del PIB y el IMAE trimestral, se

muestra este comportamiento, observándose que el IMAE tiene una mayor volatilidad que el PIB.

Con los resultados anteriores, y tomando en cuenta la dinámica del IMAE dada por la ecuación (8), el pronóstico del PIB para 2010 se ubicaría en 2.9 por ciento, aproximadamente. Cabe mencionar que este pronóstico supone que no existirían otras rupturas en el IMAE en el corto plazo y que se reproducen las tendencias históricas estimadas en este trabajo.

Gráfico 4
Tasa de Crecimiento Promedio Anual del IMAE y PIB



VI. Conclusiones

Estadísticamente se puede caracterizar al IMAE como una serie de tiempo con una tendencia determinística con rupturas de nivel y tendencia y con estacionalidad

estacionaria. Así, las perturbaciones que afectan al IMAE son en gran parte transitorias, con algunos cambios discretos con efectos permanentes.

El IMAE presenta una ruptura de nivel y tendencia en 2001:06, y una ruptura de nivel en 2008:05, de tal manera que contabilizando por estos quiebres, el crecimiento de largo plazo del IMAE se ubicaría en 0.4 por ciento mensual (4.9% anual). En cuanto a su componente estacional, este es estacionario, siendo diciembre el mes en que la serie presenta los mayores picos.

Teniendo en cuenta estos hallazgos, procedimientos de remoción de la estacionalidad como X-12 serían apropiados para extraer el componente de tendencia ciclo de la serie. Por otra parte, una adecuada caracterización dinámica de la serie debería tomar en cuenta las rupturas sufridas por la misma.

Un hallazgo interesante de los tests de ruptura de tendencia es que la tasa de crecimiento de largo plazo del IMAE ha cambiado en el tiempo. Esta presenta una caída en 2001 pasando de 6.4 por ciento anual a 4.9 por ciento, lo que nos lleva a la pregunta de cuáles son los factores que están detrás de esta caída. Su respuesta abre una agenda de investigación para explorar si estos factores son de origen interno, (políticas económicas, quiebras bancarias, factores climáticos y tecnológicos, etc.) o externos (términos de intercambios, percepción de los inversionistas extranjeros, flujos de capitales, etc.).

VII. BIBLIOGRAFÍA

Abeyasinghe T. (1991). *"Inappropriate use of seasonal dummies in regression."* Economics Letters, 36, pp. 175-179.

Abeyasinghe T. (1994a). *"Deterministic seasonal models and spurious regressions."* Journal of Econometrics, 61, pp. 259-272.

Bai, J. (1999). *"Likelihood ratio tests for multiple structural changes."* Journal of Econometrics, 91, pp. 299-323.

Bai, J. y P. Perron (1998). *"Estimating and testing linear models with multiple structural Changes."* Econometrica, 66, pp. 47-78.

Banco Central de Nicaragua. *"Metodología del IMAE."* Publicaciones.

Banerjee, A.; R. Lumsdaine; y J. Stock. (1992). "Recursive and Sequential Tests of the Unit-Root and Trend-Break Hypothesis: Theory and International Evidence." *Journal of Business & Economic Statistics*, 10.

Beaulieu, J. J. y J. A. Miron (1995). "What have macroeconomists learned about business cycles from the study of seasonal cycles?" NBER Working Papers 5258.

Beaulieu, J. J. y J. A. Miron (1993). "Seasonal unit roots in aggregate U.S. data." *Journal of Econometrics*, 55, pp. 291-320.

Ben-David, D. y D.H. Papell (1998). "Slowdowns and meltdowns: Postwar growth evidence from 74 countries." *Review of Economics and Statistics*, 90, pp. 561-571.

Ben-David, D. y D.H. Papell (2000). "Some Evidence on the Continuity of the Growth Process among the G7 Countries." *Review of Economics and Statistics* 90, pp. 561-571.

Bernard, A.B. y S. Durlauf (1995). "Convergence in international output." *Journal of Applied*.

Christiano, L. J. y M. Eichenbaum (1989). "Unit Roots in Real GNP: Do We Know, and Do We Care?" Discussion Paper 18, Institute for Empirical Macroeconomics, Federal Reserve Bank of Minneapolis.

Christiano, Lawrence. (1992). "Searching for a Break in the GNP." *Journal of Business & Economic Statistics*, 10.

Chumacero, R. y Quiroz, J. (1996). "La tasa natural de crecimiento de la economía chilena: 1985-1996." *Cuadernos de Economía*, 33, No. 100.

Crafts, N.F.R.; S.J. Leybourne; y T.C. Mills (1989). "Trends and cycles in British industrial production, 1700-1913." *Journal of the Royal Statistical Society*, 152, pp. 43-60.

Dickey, D. A. y W.A. Fuller (1979). "Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series with a Unit Root." *Journal of the American Statistical Association*, 74, pp. 427-431.

Dickey, D. A. y W.A. Fuller (1981). "Likelihood Ratio Statistics for Autoregressive Time Series with a Unit Root." *Econometrica*, 49(4), pp. 1057-1072. *Econometrics*, 10, pp. 97-108.

Enders, W. (1996). "Applied Econometric Time Series." John Wiley and Sons.

Engle, R. F. and C. W. J. Granger (1987). "Co-integration and the error correction: representation, estimation and testing." *Econometrica*, 55, pp. 251-276.

Ghysels, E. y P. Perron (1993). "The effect of seasonal adjustment filters on tests for a unit root." *Journal of Econometrics*, 55, pp. 57-98.

Hansen, L.P. and T. Sargent (1993). "Seasonality and approximation errors in rational expectations models." *Journal of Econometrics*, 55, pp. 21-56.

Hylleberg Svend (1995). "Tests for seasonal unit roots: General to specific or specific to general?" *Journal of Econometrics*, 69, pp. 5-25.

Hylleberg, S.; R. Engle; C. W. J. Granger; y B. S. Yoo (1990). "Seasonal integration and co-integration." *Journal of Econometrics*, 44, pp. 215-238.

Johansen, S. and E. Schaumburg (1999). "Likelihood analysis of seasonal cointegration." *Journal of Econometrics*, 88, pp. 301-339.

Kwiatkowski, D.; P. Phillips; P. Schmidt; y Y. Shin (1992). "Testing the Null Hypothesis of Stationarity Against the Alternative of a Unit Root: How Sure are We that Economic Time Series have a Unit Root?" *Journal of Econometrics* 54, pp. 159-78.

Lee, J. y M. Strazicich (2001). "Break point estimation and spurious rejections with endogenous unit root tests." *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 63(5), pp. 535-558.

Lee, J. y M. Strazicich (2003). "Minimum LM Unit Root Test with Two Structural Breaks." *Review of Economics and Statistics*, 85(4), pp 1082-1089.

Lee, J. y M. Strazicich (2004). "Minimum LM Unit Root Test with One Structural Break." Appalachian State University Working Paper.

Lumsdaine, R., y D. Papell (1997). "Multiple Trend Breaks and the Unit-Root Hypothesis." *Review of Economics and Statistics* 79(2), pp. 212-218.

Nelson, C. y C. Plosser (1982). "Trends and Random Walks in Macroeconomic Time Series: Some Evidence and Implications." *Journal of Monetary Economics*, 10(2), pp. 139-162.

Perron, P. (1989). "The Great Crash, the Oil Price Shock, and the Unit Root Hypothesis." *Econometrica*, 57(6), pp. 1361-1401.

Perron, P. (1997). "Further Evidence on Breaking Trend Functions in Macroeconomic Variables." *Journal of Econometrics*, 80, pp. 355-385.

Philips, P. C. B. y P. Perron (1988). "Testing for a Unit Root in Time Series Regression." *Biometrika*, 75, pp. 335-346.

Schwert, G.W. (1989). "Tests for unit roots: A Monte Carlo investigation." *Journal of Business and Economic Statistics*, 7, pp. 147-159.

Sims, C. A. (1974). "Seasonality in regression". *Journal of the American Statistical Association*, 69, pp. 618-627.

Sims, C.A. (1993). "Rational expectations modeling with seasonally adjusted data." *Journal of Econometrics*, 55, pp. 9-20.

Soto, R. (2000). "Ajuste Estacional e Integración." Documento de Trabajo N° 73, Banco Central de Chile.

Villarroya I. S. (2002). "Las Tendencias a Largo Plazo de la Economía Argentina." Universidad de Zaragoza.

Vogelsang, T. (1997). "Wald-type tests for detecting shifts in the trend function of a dynamic time series." *Econometric Theory*, 13, pp. 818-849.

Zivot, E. y D. W. K. Andrews (1992). "Further Evidence on the Great Crash, the Oil-Price Shock, and the Unit-Root Hypothesis Source." *Journal of Business and Economic Statistics*, 10(3), pp. 251-270.